Thinking and Children, Institute for Humanities and Cultural Studies (IHCS)
Biannual Journal, Vol. 16, No. 2, Autumn and Winter 2025-2026, 119-142
https://www.doi.org/10.30465/fabak.2026.10329

The Effect of Deliberate Practice on Learning Mathematical Concepts in Preschool Children Aged 5–7 Years

Nahid Rostami*

Maryam PourJamshidi**

Abstract

The research method was semi-experimental, employing a pre-test-post-test design with a control group. The target statistical population included all children aged 5 to 7 years in Shahrood City. The sample size consisted of 30 children aged 5 to 7 years, selected using a random cluster sampling method and randomly divided into two groups of 15: experimental and control. The researcher's learning test, which contained 30 questions, was the tool used for data collection. The validity of this test was confirmed through content validity by two experts in the field of education and two experienced preschool teachers. Additionally, the reliability of the test was assessed using Cronbach's alpha, with a value estimated at 0.80. To analyze the research hypotheses, the analysis of covariance statistical test was conducted using SPSS version 20 software. Prior to the intervention, consent was obtained from the teachers, and the program was implemented over 16 sessions. The findings indicated that gamified deliberate practice positively affects the learning of mathematical concepts among preschool children aged 5 to 7 years in Shahrood City ($p < 0.05$). Based on the results of this research, it is recommended to use a deliberate practice strategy to enhance the learning of mathematical concepts in preschool centers for children aged 5 to 7 years. Furthermore, preschool teachers should receive the necessary training to effectively implement deliberate practice.

* M.A. in Educational Technology, Department of Educational Sciences, Faculty of Humanities, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran, nahid.rostam i1401@gmail.com

** Associate Professor of Educational Technology, Department of Educational Sciences, Faculty of Humanities, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran (Corresponding Author), m.pourjamshidi@basu.ac.ir

Date received: 23/07/2024, Date of acceptance: 30/11/2024, Date Printed: 07/11/2025

Keywords: Child, Deliberate practice, Math, Preschoolers, practice.

Introduction

Preschool is a crucial developmental stage for children, significantly impacting their future growth and education (Evtimov & Petrović, 2021). Mathematics, in particular, is one of the foundational skills that preschoolers begin to develop and that continue to influence their educational journeys. Mastery of mathematical concepts at this early age is vital, as it enhances children's cognitive abilities and equips them to think logically, strategically, creatively, and critically (Stozharova, 2024). Many math skills are developed in the preschool years, and children's early experiences with math form the foundation for math learning. However, many preschoolers often face challenges, particularly in distinguishing between addition and subtraction.

This confusion is serious—it can lead to difficulties in daily life (Peng et al., 2020) and markedly affect academic performance in elementary school. A widely accepted belief in educational circles is that learning mathematics necessitates practice, which allows students to engage in problem-solving and manage cognitive demands when faced with more complex tasks. One intervention method proposed for enhancing learning in this area is "deliberate practice" which consists of targeted, goal-oriented activities aimed at improving specific skills.

This structured form of practice is meticulously planned, enabling learners to assimilate information effectively and practice frequently (Williams & Hodges, 2019). Overall and based on what has been stated, it can be said that research on the role and impact of deliberate practice is not extensive, and most studies have focused on procedural skills, with fewer examinations of conceptual skills. Given the limited research regarding the efficacy of deliberate practice, especially for children under 7 years old, this study aimed to explore its impact on preschool children's mathematical understanding, specifically among those aged 5 to 7 years.

Materials & Methods

This study used a semi-experimental method with a control group. The population consisted of all 5-7-year-old male and female preschool students in Shahrood city. The sample included 30 students (15 boys and 15 girls), with an average age of 5-7 years, selected through random cluster sampling and randomly assigned to control and experimental groups. Inclusion criteria were being aged 5-7 and not having a math or other disorders. The exclusion criterion was missing more than one session during the

study. The data collection tool was a researcher-made test designed to measure understanding of single-digit number concepts (6 questions), number reduction (6 questions), number increase (6 questions), categorization (6 questions), and pattern recognition (6 questions). The test's validity was confirmed through content validity, and its reliability was verified using Cronbach's alpha, which was 0.80.

The experimental group participated in eight weeks of training, with two 45-minute sessions each week using the deliberate practice, while the control group engaged in regular exercises. Data were analyzed using descriptive statistics (frequency, mean, percentage) and inferential statistics, specifically covariance analysis, using SPSS version 20.

Discussion & result

The findings showed that the mean scores of the experimental group in the post-test and follow-up were higher than those of the control group. The results from covariance analysis indicated that deliberate practice had a significant and positive effect on preschool children's understanding of single-digit numbers ($F=75.12$, $df=1/27$, $p<0.05$), number reduction ($F=70.08$, $df=1/27$, $p<0.05$), number increase ($F=71.44$, $df=1/27$, $p<0.05$), categorization based on multiple features ($F=84.18$, $df=1/27$, $p<0.05$), and pattern recognition ($F=76.21$, $df=1/27$, $p<0.05$). These findings align with the research of McMullen et al. (2023), Balan & Sjöwall (2023), Cameron et al. (2019), Simanowski & Krajewski (2019), Brinums et al. (2017), Lehtinen et al. (2017), Clarke et al. (2016), and Mononen et al. (2014).

The results suggest that children's capacity to focus on mathematical concepts through tasks that regulate procedural skills and working memory development plays a crucial role. Such deliberate practice, characterized by features like continuity and meaningful feedback, helps children develop problem-solving skills and handle more complex mathematical ideas. As the difficulty in practice gradually increases, children gain confidence and perseverance, facilitating learning. Moreover, the structure of deliberate practice helps orient learners' minds toward the subject and enhances working memory capacity (MeinZ & Hambrick, 2010). Studies also indicate that structured exercises positively impact mathematical performance when consistently applied (SpitzeR, 2021). Through deliberate practice, children's cognitive development, including mathematical ability, improves. Unlike mechanical or repetitive drill, deliberate practice involves significant thinking, problem-solving, and reflection to analyze and conceptualize skills (Lehtinen et al., 2017). This type of practice fosters a

deep understanding of the subject and shares many traits with self-directed learning. Additionally, because deliberate practice is teacher-led (Ericsson, 2020), this aspect further contributes to its effectiveness in enhancing children's performance in learning mathematical concepts.

Conclusion

It was found that deliberate practice positively influences children's ability to learn mathematical concepts among 5- to 7-year-olds. Based on the results of this study, teachers and educators are recommended to incorporate deliberate practice into preschool programs to ensure the development of essential basic mathematics skills. Integrating this approach into math assignments can help facilitate children's understanding and comprehension of mathematical concepts. By enabling children to succeed in learning fundamental math skills, this method also lays the foundation for fostering a positive mindset towards mathematics

Bibliography

Ahmady, A., Behpagho, A., Shokouhi Yekta, M. (2016). The effectiveness of a basic mathematics skills training program for children with low performance on active memory skills and pre-mathematics. *Journal of Pre-school and Elementary Studies*, 5(2), 85–102. https://doi.org/10.22054/soece.2016.8848 [In Persian]

Balan, A., & Sjöwall, D. (2023). Evaluation of a Deliberate Practice and Growth Mindset Intervention on Mathematics in 7th-grade Students. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 67(4), 549–558. https://doi.org/10.1080/00313831.2022.2042733

Brinums, M., Imuta, K., Suddendorf, T. (2017). Practicing for the Future: Deliberate Practice in Early Childhood. University of Queensland, Society for Research in Child Development, Inc. dio: 10.1111/cdev.12938.

Clarke, B., Doabler, C. T., Smolkowski, K., Baker, S. K., Fien, H., & Strand Cary, M. (2016). Examining the efficacy of a tier 2 kindergarten mathematics intervention. *Journal of Learning Disabilities*, 49, 152165. doi: 10.1177/0022219414538514

Cameron, C. E., Kim, H., Duncan, R. J., Becker, D. R., and McClelland, M. M. (2019). Bidirectional and co-developing associations of cognitive, mathematics, and literacy skills during kindergarten. J. Appl. Dev. *Psychol*. 62, 135–144. doi: 10.1016/j.appdev.2019.02.004

Dyson, N. I., Jordan, N. C., & Glutting, J. (2011). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 46, 166–181. doi: 10.1177/0022219411410233.

Eccles, D. W., Leone, E. J., & Williams, A. M. (2020). Deliberate Practice: What Is It and How Can I Use It? *Journal of Sport Psychology in Action*, 13(1), 16–26. https://doi.org/10.1080/21520704.2020 .1850577.

Edwards, C., Chamunyonga, C., Clarke, J. (2018). The role of deliberate practice in development of essential sonography skills. *Journal of Sonography*, 5(2), pp. 76-81. doi: 10.1002/sono.12146.

Ericsson, K. A. (2016). Summing up hours of any type of practice versus identifying optimal practice activities. *Perspectives on psychological science*, 11, 351–354. doi:10.1177/1745691616635600

Ericsson K. A. (2020). Towards a science of the acquisition of expert performance in sports: Clarifying the differences between deliberate practice and other types of practice. *Journal of Sports Sciences*, 38(2), 159–176. https://doi.org/10.1080/02640414.2019.1688618

Ericsson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review*, 100(3), 363–406. https://doi.org/10.1037/0033-295X.100.3.363

Eskreis-Winkler, L., Shulman, E. P., Young, V., Tsukayama, E., Brunwasser, S. M., & Duckworth, A. L. (2016). Using wise interventions to motivate deliberate practice. *Journal of Personality and Social Psychology*, 111(5), 728–744. https://doi.org/10.1037/pspp0000074

Evtimov, J. i Petrović, J. (2021). Constructivist Approach To Teaching Preschool Children. *Godišnjak za pedagogiju*, 6(2), 83-95. https://doi.org/10.46630/gped.2.2021.6

Kiani, M., & Javidi Kalaneh Jafarabadi, T. (1401). Educational references of preschool curriculum models (with emphasis on the axes of child agency, nature and teaching-learning strategies, and professional competence of educators), *quarterly journals of thinking and children* , 13(1), 205-237. [In Persian]

Lehtinen, E., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J., Gruber, H. (2017). Cultivating mathematical skills: from drill-and-practice to deliberate practice. *Journal on Mathematics Education*, 49(7), doi: 10.1007/s11858-017-0856-6.

McGaghie, W. (2008). Research Opportunities in Simulation-based Medical Education Using Deliberate Practice. *the Society for Academic Emergency Medicine*, 15(11), 995-1001. Doi: 10.1111/j.1553-2712.2008.00246.x

McMullen, J., Bui, P., Brezovszky, B., Lehtinen, E., & Hannula-Sormunen, M.M. (2023). Mathematical game performance as an indicator of deliberate practice. *Int. J. Serious Games*, 10, 113-130. doi: 10.17083/ijsg.v10i4.634

Meinz, E. J., and Hambrick, D. Z. (2010). Deliberate practice is necessary but not sufficient to explain individual differences in piano sight-reading skill: the role of working memory capacity. *Psychol. Sci*. 21, 914–919. doi: 10.1177/ 0956797610373933

Mirvahedi, L., Badami, R., Moshkati, Z. (2016). Comparison of skill acquisition processes based on practice amount among medal-winning national and international wrestlers using the sports participation development model. *Journal of Sport Psychology Studies*, 5(17), 127–137. https://ensani.ir/file/download/article/20161109141339-9864-147.pdf [In Persian]

Mononen, R., Pirjo, A., & Koponen, T (2014). Investigating RightStart Mathematics Kindergarten Instruction in Finland. *Journal of Early Childhood Education Research*, 3(1) , 2-26. https://journal.fi/jecer/article/view/114031/67230

Peng, L. X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J., and Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: a meta-analysis. *Psychol. Bull*. 146, 595–634. doi: 10.1037/bul0000231

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge in mathematics. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), Oxford handbook of numerical cognition (pp. 1102–1118). Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/oxfordhb.

Shirani Bidabad, N., Nasr Esfahani, A., Mirshah Jafari, E., Abedi, A. (2021). Effectiveness of practical mathematics training during preschool on mathematical competence and learning behaviors of children. *Journal of Educational Psychology*, 16(58), 71–93. https://doi.org/10.22054/jep.2021. 32458.2260 [In Persian]

Simanowski, S. and Krajewski, K. (2019), Specific Preschool Executive Functions Predict Unique Aspects of Mathematics Development: A 3-Year Longitudinal Study. *Child Dev*, 90: 544-561, https://doi.org/10.1111/cdev.12909.

Spitzer, M. W. H. (2021). Just do it! study time increases mathematical achievement scores for grade 4-10 students in a large longitudinal cross-country study. *European Journal of Psychology of Education*, https://doi.org/10.1007/ s10212-021-00546-0

Stozharova M. (2024). Theory and methodology of mathematical development of preschool children . Moscow : INFRA-M . https://doi:10.12737/1896112 Retrived from https://naukaru.ru/en/nauka/ textbook/4206/view (Date of access 13.11.2024)

Svane, R.P., Willemsen, M.M., Bleses, D, Krøjgaard, P., Verner, M., Nielsen, HS. (2023). A systematic literature review of math interventions across educational settings from early childhood education to high school. Front. Educ. 8:1229849. doi: 10.3389/feduc.2023.1229849

Taqi Pour, H., Keshavarz Lashkanari, R., Yusef Rashedi, M. (2016). The first step of preschool education for academic progress. 3rd International Conference on Modern Research in Management, Economics, and Humanities. Batumi, Georgia. https://civilica.com/doc/549562 [In Persian]

Vahedi, S., & Jangi, H. (2015). The effect of teaching mathematical reading comprehension strategies and metacognitive strategies on mathematical problem solving of elementary school students. *quarterly journals of thinking and children* . 6(1), 113-136. [In Persian]

Williams, A. M., & Hodges, N. J. (2019). Skill acquisition in sport: Research, theory and practice: Routledge.

Woodard, R. (2011). K. Anders Ericsson's Theory of Deliberate Practice for Expert Performance in the Senior Capstone Course. *Teaching Theology and Religion*, 14(4), pp. 382-383. doi: 10.1111/j.1467-9647.2011.00741.x.

تفکر و کودک، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی (مقالهٔ پژوهشی)، سال ۱۶، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۴۰۴

تأثیر تمرین سنجیده بر یادگیری مفاهیم ریاضی در بین کودکان پیش دبستانی ۵ تا ۷ سال

ناهید رستمی*

مریم پورجمشیدی**

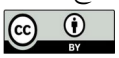
چکیده

تجربه‌های اولیه کودکان از مفاهیم پایه ریاضی، اساس یادگیری ریاضی در آینده را تشکیل می‌دهد وضعف در فهم مفاهیم پایه می‌تواند زمینه ساز بروز اشکالاتی در یادگیری سطوح بالاتر ریاضی شود. لذا مداخله‌ی مناسب در یادگیری ریاضی در دوره کودکی اهمیت دارد. در همین راستا، این پژوهش با هدف بررسی تأثیر تمرین سنجیده بر یادگیری مفاهیم ریاضی در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال انجام شد. روش پژوهش نیمه آزمایشی با طرح پیش‌آزمون – پس‌آزمون همراه با گروه کنترل بود. جامعهٔ آماری تمام کودکان ۵–۷ سال دوره پیش‌دبستانی شهر شاهرود بود که از بین آنها ۳۰ نفر به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی انتخاب و در دو گروه ۱۵ نفره به صورت تصادفی جاگماری شدند. ابزار جمع‌آوری اطلاعات، پرسشنامه محقق ساخته با ۳۰ سوال بود که روایی آن از طریق روایی محتوایی تایید و پایایی آن با استفاده از آلفای کرونباخ ۰/۸۰ برآورد گردید. داده‌ها نیز از طریق آزمون تحلیل کوواریانس با نرم‌افزار SPSS-20 تحلیل شد. یافته‌ها نشان داد، تمرین سنجیده بر یادگیری مفاهیم ریاضی دوره‌ی پیش دبستان شامل مفهوم عدد، افزایش و کاهش، دسته‌بندی بر اساس چند ویژگی و الگویابی در بین کودکان ۵ تا ۷ سال تأثیر دارد و باعث افزایش یادگیری مفاهیم ریاضی آنها شده است ($p<۰/۰۵$). در نتیجه می‌توان گفت که تمرین سنجیده راهبرد موثری برای افزایش عملکرد

* کارشناسی ارشد تکنولوژی آموزشی، گروه علوم تربیتی، دانشکدهٔ علوم انسانی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران
nahid.rostami1401@gmail.com

** دانشیار تکنولوژی آموزشی، گروه علوم تربیتی، دانشکدهٔ علوم انسانی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران
(نویسندهٔ مسئول)، m.pourjamshidi@basu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۰۲، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۱۰، تاریخ چاپ: ۱۴۰۴/۰۸/۱۶



ریاضی کودکان ۵ تا ۷ محسوب می‌شود و پیشنهاد می‌گردد مربیان تمرین سنجیده را در برنامه‌ی آموزشی کودکان پیش‌دبستانی برای بالا بردن سطح یادگیری مفاهیم ریاضی آنها تلفیق کنند.

کلیدواژه‌ها: پیش‌دبستان، تمرین سنجیده، ریاضی، کودک، تمرین.

۱. مقدمه

کودکی اولین و مهم‌ترین دوره زندگی آدمی‌است و در این دوره کودک یک نقش فعال در یادگیری و فهمیدن دارد. در واقع دانش و آمادگی که کودک در این دوران به دست می‌آورد، بسیار مهم و تعیین کننده است و ضمانت کافی برای کسب موفقیت‌های آینده او محسوب می‌شود (تقی پور، کشاورز لشکناری و یوسف رشیدی، ۱۳۹۵: ۲۴؛ کیانی و جاویدی کلانه جعفرآبادی، ۱۴۰۱). از این‌رو دوره پیش‌دبستان به عنوان یکی از دوره‌های رشد برای کودکان از اهمیت خاصی برخوردار است و نقش قابل توجهی در پیشرفت‌های بعدی کودک دارد (Evtimov & Petrović, 2021). از جمله دانش و مهارت‌های اولیه که کودکان از دوران پیش‌دبستانی آغاز و در طول دوران بعدی تحصیل دنبال می‌کنند، ریاضی است (واحدی و جنگی، ۱۳۹۴). در واقع بسیاری از مهارت‌های ریاضی در سال‌های پیش از دبستان ایجاد می‌شوند و تجربیات اولیه کودکان از ریاضیات پایه و اساس یادگیری ریاضی را تشکیل می‌دهد. بعلاوه دانش و مهارت‌های ریاضی در دوره پیش از دبستان نقش بنیادی در رشد شناختی از جمله استدلال منطقی و آگاهی فضایی کودکان دارد و باعث می‌شود آنها منطقی، استراتژیک، خلاقانه و انتقادی فکر کنند (Stozharova, 2024). پژوهش‌های انجام شده نیز بیانگر این است که مهارت‌های ریاضی اولیه به میزان بسیار زیادی پیش‌بینی‌کننده پیشرفت تحصیلی بعدی هستند (Svane et al, 2023) و بیشتر کودکان دانش و مهارت‌های ریاضی پایه را قبل از سن هشت سالگی بدست می‌آورند. آموزش به کودکان در زمینه ریاضی در سال‌های اولیه، یادگیری شمارش و شناخت اعداد نوشتاری و گفتاری را شامل می‌شود (شیرانی بید آبادی و همکاران، ۱۳۹۹). مهم‌ترین چالش و مشکل بسیاری از دانش‌آموزان در پیش‌دبستان در زمینه ریاضی، تداخل عمل تفریق و جمع است. این مسئله بسیار حائز اهمیت است، زیرا اگر دانش‌آموزان ندانند که در حل مسائل روزمره خود در چه موقعی عمل تفریق و چه موقع عمل جمع انجام دهند در آینده در چهار عمل اصلی دچار مشکل خواهند شد و از آنجا که این مبحث و حل‌مسئله در پایه‌های بالاتر زنجیروار به هم مربوط است، عدم تفهیم آن نیز ممکن است در

آینده، دانش‌آموز را در زندگی روزمره با مشکل مواجه کند (Peng et al, 2020). علاوه بر این توانایی‌های محاسباتی ضعیف در کودکان پیش دبستانی، عملکرد آنان را در کلاس اول ابتدایی نیز پایین می‌آورد. پیامد هیجانی این موقعیت یعنی دوست نداشتن ریاضیات (و نگرش منفی در کودکان نسبت به ریاضیات) در مدرسه و فقدان اعتماد فرد به توانایی‌اش در حل تکالیف ریاضی است. همچنین توجه به رفع مشکلات آموزش ریاضی از آن جهت مهم است که ضعف در ریاضی اگر حل نشود می‌تواند زمینه ساز بروز اشکالاتی در زمینه تحصیل در سطوح بالاتر و زندگی روزمره افراد شود. این در حالی است که با آموزش مناسب علاوه بر ایجاد آمادگی اولیه کودک جهت یادگیری عمیق مطالب ریاضی (Cameron ؛ Dyson et al, 2011 et al, 2019 ؛ Simanowski & Krajewski, 2019)، می‌توان نمره آنان در آزمون بهره هوشی را افزایش داد (Clarke et al, 2016). و زمینه‌ی کسب صلاحیت سطح بالا در حوزه‌های پیچیده ریاضیات در پایه‌های بالاتر تحصیلی را فراهم نمود (Lehtinen et al, 2017). در همین زمینه به طور گسترده‌ای پذیرفته شده‌است که یادگیری ریاضیات به تمریناتی نیاز دارد تا فرد قادر به انجام فرآیندهای ریاضی برای حل مساله شود و بار شناختی برای کارهای پیچیده‌تر کاهش پیدا کند. یافته‌ها نشان می‌دهد که مداخله‌ی مناسب در دوره پیش‌دبستانی رشد مفاهیم ریاضی را تقویت می‌کند و موجب پیوند دانش و آموخته‌های غیردرسی کودکان می‌شود (احمدی، به پژوه، شکوهی یکتا، ۱۳۹۵). مربیان در آموزش مهارت‌ها و مفاهیم به کودکان از روش‌ها و فنون مختلفی استفاده می‌کنند. یکی از فنون یا به عبارتی فعالیت‌هایی که می‌توان به عنوان مداخله‌ی مناسب برای یادگیری استفاده کرد «تمرین سنجیده» است.

تمرین سنجیده به فعالیت‌های متمرکز و هدف‌گرا اشاره دارد که برای بهبود مهارت طراحی شده‌اند. در طول فعالیت از طریق تمرین سنجیده، یادگیرنده تمرکز کامل دارد، مهارت‌ها را به طور دقیق تمرین می‌کند و بازخورد را (مستقیماً، یا از طریق مربی یا معلم) به منظور دستیابی به سطوح جدید بالاتری از عملکرد تفسیر می‌کند (Edwards et al, 2018). هدف تمرین سنجیده در زمینه یادگیری، شبیه‌سازی مهارت مداوم، دانش و پیشرفت حرفه‌ای است نه فقط حفظ وضع موجود (McGaghie, 2008). در واقع تمرین به شیوه سنجیده، تمرینی ساختاریافته، نیازمند تلاش، منظم و هدفمند است و هدف آن ارتقاء و بهتر شدن عملکرد است (میرواحدی؛ بادامی و مشکاتی، ۱۳۹۵). این نوع تمرین، برنامه‌ریزی حساب شده و منظمی دارد و یادگیرنده در هر جلسه به شکل مناسب دستورالعمل را کسب و به دفعات زیاد به تمرین می‌پردازد (Williams & Hodges, 2019). شواهد تجربی بسیاری نشان داده است که برتری افراد خبره نسبت به افراد

دیگر فقط بر مبنای یک استعداد ذاتی نیست، بلکه به میزان و نوع تمرین در رسیدن به این سطح از توانایی است (Ericsson, 2016). برهمین اساس Ericsson و همکاران (۱۹۹۳) نشان دادند که عملکرد برجسته در فعلی (کاری)، محصول ساعت‌ها تمرین سنجیده است. گفته می‌شود تمرین سنجیده، روشی برای غلبه بر مشکلات یادگیری به‌وسیله پیشرفت‌های سریع و پشت سرهم است. به زبانی ساده‌تر، پیشرفت از تمرین ساده به تمرین هدفمند و از تمرین هدفمند به تمرین سنجیده و متفکرانه. عناصر اصلی تمرین سنجیده یکی داشتن هدف کاملاً تعریف شده برای بهبود یک جنبه‌ی خاص از عملکرد است. دیگر عنصر آن، درس یا عملی است که فرد در آن در یک زمینه کاملاً تعریف شده تمرین می‌کند و سومین عنصر اصلی، یک معلم یا مربی یا چیزی معادل آن است (شخصی که در آنچه فرد می‌خواهد بیاموزد و در زندگی به کار گیرد، حرفه‌ای باشد تا درصورتی‌که تمرینات و نقشه‌های وی آن‌طور که می‌خواهد پیش نرفت، بتواند از آن شخص بازخورد و یا کمک طلب کند. (Balan & Sjöwal, 2023).

تمرین‌های سنجیده برای یادگیری خیلی از مهارت‌ها کاربرد دارد (Eccles et al, 2020)، اما مهارت‌هایی که نیازمند مربی یا معلم هستند و از پیچیدگی خاصی برخوردار هستند در مقایسه با مهارت‌هایی که فقط نیازمند ممارست می‌باشند نیازمند تمرین‌هایی از نوع سنجیده هستند. پژوهش‌های انجام شده در خصوص کاربرد تمرین سنجیده بیانگر اثربخش بودن آن بر یادگیری مهارت در زمینه‌هایی مانند هوانوردی، آتش‌نشانی، موسیقی، پزشکی و ورزش است. آنچه از پژوهش‌های انجام شده در خصوص اثربخشی تمرین سنجیده ملاحظه می‌شود اینکه بیشتر در زمینه‌ی آموزش پزشکی یا سایر زمینه‌های آموزش حرفه‌ای تمرکز دارد و کمتر در زمینه‌های آموزش رسمی و موضوعات درسی انجام شده است. به طور مثال Edwards و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهشی که با عنوان «نقش تمرین سنجیده در توسعه مهارت‌های ضروری سونوگرافی» انجام دادند به این نتیجه رسیدند که تمرین سنجیده در ایجاد مهارت‌های ضروری سونوگرافی برای دانشجویان و پزشکان موثر بوده است. Woodard (۲۰۱۱) در پژوهش خود با عنوان «نظریه تمرین سنجیده بر عملکرد خبره در دوره ارشد» که با هدف ارزیابی توانایی دانشجویان در تسلط بر بازده‌های یادگیری دریافت، تمرین سنجیده بر مهارت نوشتن و تحقیق دانشجویان تاثیر مثبت دارد و می‌توان از این چارچوب برای کمک به اساتید در ایجاد اهداف معنی‌دار، طراحی وظایفی که مستقیماً با اهداف یادگیری مرتبط هستند و ارائه مکانیسم‌های بازخورد موثر برای ارزیابی پیشرفت فزاینده در دستیابی به اهداف استفاده کرد. Brinums و همکاران (۲۰۱۷)، نیز در پژوهشی با عنوان «تمرین برای آینده: تمرین سنجیده در اوایل

کودکی» توانایی کودکان ۴ تا ۷ ساله را برای تمرین انتخابی مهارتی که در آینده نزدیک مفید خواهد بود و همچنین درک وسیع‌تر آنها از نقش تمرین سنجیده در کسب مهارت، بر روی ۱۲۰ دانش‌آموز بررسی کردند و دریافتند که کودکان ۶ و ۷ ساله درک صریح‌تری از تمرین سنجیده و ظرفیت تمرین دارند و کودکان ۵ ساله درک درستی از تمرین سنجیده و برخی از ظرفیت‌های تمرین را ندارند و در مورد کودکان ۴ ساله نیز مشخص شد که هیچ یک از این توانایی‌ها را ندارند. Balan & Sjöwal (۲۰۲۳) دریافتند که تمرین سنجیده تأثیر قابل توجهی بر نگرش یا عملکرد دانش‌آموزان کلاس هفتم در بحث ریاضی ندارد، اما باعث افزایش رفتار تمرینی سنجیده می‌شود. در مقابل، Eskreis-Winkler (۲۰۱۶) گزارش داد که تمرین سنجیده باعث بهبود عملکرد ریاضی در کلاس‌های پنجم و ششم شده است. Lehtinen و همکاران (۲۰۱۷)، در پژوهشی با عنوان «پرورش مهارت‌های ریاضی: ازمهارت‌های تکرار و تمرین عادی تا تمرین سنجیده » دریافتند کسب سطوح بالا در حوزه‌های پیچیده مانند ریاضیات نیاز به تمرین سنجیده به شکل مستمر دارد و دانش مفهومی و رویه‌ای ریاضی از طریق اشکال مختلف تمرین سنجیده بهتر درک می‌شود. Dyson و همکاران (۲۰۱۱) نیز در پژوهش خود با عنوان «شناسایی اولیه و مداخلات برای دانش‌آموزان با مشکلات ریاضی» نشان دادند، تمرین سنجیده تاثیر چشمگیری بر روی فهم دانش‌آموزان در مفاهیم پایه ریاضی شامل چهار عمل اصلی، مقایسه مقادیر و حل مسئله داشته است.

در مجموع و بر اساس آنچه بیان شد می‌توان گفت پژوهش‌ها در مورد نقش و تأثیر تمرین سنجیده گسترده نیست و بیشتر بر روی مهارت‌های رویه‌ای انجام شده و روی مهارت‌های مفهومی کمتر بررسی انجام شده است. خلاء پژوهشی موجود در این زمینه یکی اندک بودن پژوهش در زمینه اثربخشی تمرین سنجیده بر روی یادگیری دروس و نبود پژوهش در مورد تأثیر تمرین سنجیده بر روی مخاطبان سنین پایین به ویژه زیر ۷ سال است. مسأله دیگر اینکه از زمان چرخش سازنده‌گرایانه در آموزش ریاضی، سردرگمی در مورد نقش تمرین در آموزش ریاضی وجود دارد. حامیان آموزش ریاضی مبتنی بر نظریات سازنده‌گرایی، یادگیری اکتشافی و یادگیری مبتنی بر مساله در مقایسه با آموزش مستقیم حقایق و تمرین که مبتنی بر نظریات رفتارگرایی است معتقدند رویکرد سازنده‌گرایی با درگیر کردن فعال دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری تأثیر مثبتی بر انگیزش و یادگیری ریاضی دارد و روش‌های تمرین و تکرار که مبتنی بر رویکرد رفتارگرایی می‌باشد ممکن است منجر به یادگیری سطحی و مهارت‌های روتین شود (لهتینن و همکاران، ۲۰۱۷). در بیشتر متون علمی نیز تمرین در ریاضیات، تکرار و تمرین ساده

در نظر گرفته می‌شود که اغلب با خودکارسازی مهارت‌های رویه‌ای مرتبط است. این در حالی است که ریاضیات شامل دانش رویه‌ای و مفهومی می‌شود. بنابراین اگر بپذیریم که مهارت‌های رویه‌ای ریاضی را می‌توان با تکرار ساده آموخت، اما دانش مفهومی ریاضی به ساخت آگاهانه نیاز دارد که منجر به یادگیری عمیق شود. می‌توان گفت تمرین ساده برای دانش رویه‌ای ریاضی می‌تواند جوابگو باشد، اما برای بخش مفهومی ریاضی ممکن است منجر به یادگیری سطحی شود. لذا برای یادگیری دانش مفهومی و رویه‌ای به عنوان دو جنبه به هم مرتبط در ریاضی (Rittle-Johnson & Schneider، 2015) نیاز به روشی موثر است. با توجه به ویژگی تمرین سنجیده که فراتر از تمرین ساده است و همراه با برانگیختن تفکر و تأمل و تجزیه و تحلیل است اینکه آیا تمرین سنجیده می‌تواند در یادگیری ریاضی برای کودکان زیر ۷ سال موثر باشد هنوز پاسخ مبتنی بر شواهد تجربی ندارد. با توجه به خلاءهای بیان شده، پژوهش حاضر با هدف تاثیر تمرین سنجیده بر روی یادگیری مفاهیم ریاضی در بین کودکان پیش دبستانی ۵ تا ۷ سال در جهت پاسخ به سوالات زیر انجام شد.

۱. تمرین سنجیده بر یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال چقدر تاثیر دارد؟

۲. تمرین سنجیده بر یادگیری مفهوم کاهش در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال چقدر تاثیر دارد ؟

۳. تمرین سنجیده بر یادگیری مفهوم افزایش در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال چقدر تاثیر دارد ؟

۴. تمرین سنجیده بر دسته‌بندی بر اساس چند ویژگی در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال چقدر تاثیر دارد؟

۵. تمرین سنجیده بر یادگیری مفهوم الگویابی در بین کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال چقدر تاثیر دارد؟

۲. روش

این پژوهش از نظر هدف جزء پژوهش‌های کاربردی و به لحاظ ماهیت و شیوه انجام پژوهش از نوع نیمه آزمایشی با گروه گواه بود. جامعه آماری مورد پژوهش، کلیه دانش‌آموزان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال دختر و پسر شهرستان شاهرود در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ بود.

حجم نمونه نیز شامل ۳۰ نفر از دانش‌آموزان پسر و دختر با میانگین سنی ۵ تا ۷ سال بود که به شیوه‌ی نمونه‌گیری خوشه‌ای تصادفی انتخاب و در دو گروه کنترل (۱۵ نفر) و آزمایش (۱۵ نفر) به صورت تصادفی جای‌گماری شدند. معیار ورود افراد نمونه داشتن سن ۵ تا ۷ سال و نداشتن اختلال ریاضی و سایر اختلالات و نیز معیار خروج نیز غیبت بیش از یک جلسه در طول اجرای پژوهش بود.

ابزار جمع‌آوری داده، آزمون محقق ساخته بود که برای سنجش یادگیری مفاهیم اعداد تک رقمی (۶سوال)، کاهش اعداد (۶سوال)، افزایش اعداد (۶ سوال)، دسته بندی (۶سوال) و مفهوم الگویابی (۶سوال) تدوین شد و روایی آن از طریق روایی محتوایی تایید و پایایی آن نیز با استفاده از آلفای کرونباخ ۰/۸۰ بدست آمد.

مراحل اجرای پژوهش به این صورت بود که در ابتدا و قبل از شروع هر فعالیت آموزشی از گروه کنترل و آزمایش پیش‌آزمون گرفته شد. سپس برای گروه آزمایش به مدت هشت هفته، هر هفته دو جلسه ۴۵ دقیقه‌ای، از تمرین سنجیده استفاده گردید. نمونه‌ای از جلسات آموزشی برای گروه آزمایش در جدول ۱ نشان داده شده است. جلسات آموزشی برای گروه کنترل نیز همانند گروه آزمایش بود. فقط تفاوت آموزش در گروه کنترل در نوع تمرین بود که برای گروه آزمایش از تمرین سنجیده و برای گروه کنترل از تمرین‌های معمولی استفاده شد.

جدول ۱. خلاصه جلسات آموزشی

مفاهیم ریاضی	جلسات و زمانبندی	تمرینات سنجیده
مفهوم اعداد	جلسه اول ۴۵ دقیقه	در ابتدای جلسه مربی با استفاده از یک تاج که روی سر داشت و چند تاج دیگر که در دست داشت و روی هرکدام اعداد ۱ تا ۹ نوشته شده بود، وارد کلاس شد. یک بنر بزرگ (به‌شکل صفحه منج) کف کلاس پهن کرد و از دانش‌آموزان خواست تا به ترتیب، به تاج عدد روی سر خود نگاه کنند و ماکت بزرگ تاس اعداد ۱ تا ۶ (دست ساز محقق) بیندازند و بعد از شمارش نقطه‌های روی تاس، به تعداد همان نقطه‌ها روی خانه‌ها حرکت کنند، تاج عدد ۱ بر سر مربی قرار داشت، واو نفر اول و شروع کننده بازی بود و به همین ترتیب تا نفر ۹ بازی ادامه پیدا کرد و دوباره نوبت به نفر اول رسید. در این بازی به تمرین "شمارش اعداد، ترتیب و توالی اعداد" و درنتیجه به هدف اصلی جلسه یعنی یادگیری مفهوم اعداد پرداخته شد و به شیوه تمرین سنجیده هر گام و هدف کوچک در زمانبندی تعیین شده ای تکرار شد.

مفاهیم ریاضی	جلسات و زمانبندی	تمرینات سنجیده
	جلسه دوم ۴۵ دقیقه	در گام نخست مربی مقداری چینه و یک صفحه نواری شکل که به پنج قسمت تقسیم شده بود و در هر قسمت به‌صورت درهم، بین ۱ تا ۵ نقطه گذاشته شده بود در اختیار دانش‌آموزان قرار داد تا با شمارش نقطه‌های هر قسمت به همان تعداد چینه در مقابل هر قسمت بچینند. در هر مرحله که دانش‌آموزان تمرین خود را به درستی انجام می‌دادند، مربی الگوی بعدی را با عددهای بزرگتر ۵ تا ۹ نقطه ادامه داد. همچنین برای دانش‌آموزانی که تعداد چینه‌هایشان با تعداد نقطه‌ها مساوی نبود و به درستی تکلیف را انجام نداده بودند، مربی به‌صورت تکی به سمت آن دانش‌آموزان می‌رفت و از اول نقطه‌ها را با کمک هم می‌شماردند و بعد دوباره چینه‌ها را شمارش می‌کردند و این عمل تکرار می‌شد و در گام بعد مربی به‌صورت ناظر می‌ایستاد و خود دانش‌آموز بعد از اینکه اشتباهش رفع می‌شد شروع به انجام قسمت بعدی تمرین می‌کرد و حالا او به مربی آموزش می‌داد.
مفهوم افزایش و کاهش	جلسه سوم ۴۵ دقیقه	در این جلسه مربی یک صفحه که تعدادی عدد از ۱ تا ۹ به‌صورت درهم نوشته شده بود و روی هر عدد را با تکه‌ای دستمال کاغذی پوشانده بود، همراه یک قطره چکان و ظرف کوچکی آب در اختیار دانش‌آموزان قرار داد و به‌صورت تکی از دانش‌آموزان خواست تا دوتا از تکه‌های دستمال را انتخاب کنند و با قطره چکان یک قطره آب روی آن بریزند تا عدد زیر دستمال ظاهر شود، دانش‌آموزان اعداد را در دفتر خود یادداشت کنند و آن‌ها را باهم جمع کنند. در این تمرین هم پیش دانسته‌های قبلی که در جلسات اول یادگرفته‌بودند یعنی مفهوم و نماد اعداد برایشان تکرار شد و هم بدون داشتن شکل، به‌صورت ذهنی با تمرکز و تلاش بیشتری به تمرینات پاسخ می‌دادند، در ابتدای کار زمان پاسخ‌دهی به تمرین‌ها برای هر دانش‌آموز ۴ الی ۵ دقیقه بود که با تکرار تمرین‌ها این زمان به حداقل یعنی ۲ الی ۳ دقیقه رسید. بعد از انجام هر فرایند جمع، مربی از هر دانش‌آموز می‌خواست تا این‌بار با کمک چوب‌خط پاسخ‌های خود را ارزیابی کنند و به خود بازخورد بدهند تا با کمک تمرین سنجیده متوجه اشتباه خودشان بشوند و آن را اصلاح کنند و اگر باز هم آن اشتباه تکرار می‌شد مربی برای راهنمایی آن دانش‌آموز زمان و تمرین بیشتری اختصاص می‌داد.
	جلسه چهارم ۴۵ دقیقه	در این جلسه تمرین به این‌گونه بود؛ یک صفحه‌ی بزرگ روی آن یک‌راه مارپیچ کشیده شد، نقطه شروع با علامت فلش و پایان با شکل مانع مشخص بود، در طول مسیر کاغذهای دایره‌ای شکل از ابتدای مسیر تا انتها چسبانده شد و روی هر دایره علامت جمع یا تفریق کنار اعداد مختلف بین ۱ تا ۹ قرار گرفت (مثل ۱+ ، ۲− ، ۴+ ، ۲+ ، ۱− و...). تعدادی لگو با دو رنگ متفاوت و دو عدد تاس در اختیار دانش‌آموزان قرار گرفت، تمرین به‌صورت گروه‌های دونفره در یک فضای رقابتی انجام شد. در این بازی تمامی مفاهیم پایه ریاضی که در جلسات قبل آموزش داده شده بود برای دانش‌آموزان تکرار می‌شد و در هر تمرین سرعت عمل دانش‌آموزان بالاتر می‌رفت و هربار توسط مربی ارزیابی می‌شد. در هر قسمت از آموزش دانش‌آموز دچار مشکل بود مربی به راهنمایی او می‌رفت و دلیل اشتباه را از خود دانش‌آموز می‌پرسید و با تکرار آن مرحله، اختصاص زمان بیشتری برای او، ایجاد انگیزه به کمک تشویق‌های کلامی و بازی‌های ساده و متنوع تر او را مشتاق به ادامه تمرین و شرکت دوباره در کلاس می‌کرد و به این شیوه همه‌ی دانش‌آموزان همپای هم مفاهیم را یاد می‌گرفتند و در پایان دوباره آن را برای معلم و بقیه دوستان به‌صورت نوبتی در هر تمرین ارائه و آموزش می‌دادند.
مفهوم دسته بندی	جلسه پنجم ۴۵ دقیقه	در تمرین سنجیده اول هدف جزئی دسته‌بندی بر اساس شکل بود و از دانش‌آموزان خواسته شد تا بر اساس شکل هرکدام از اشکال را که شبیه به هم هستند در یک مجموعه دسته‌بندی کنند. مربی اشکال هندسی که از قبل با کاغذ رنگی ساخته بود در اختیار آنان قرار داد تا اشکال مشابه را در یک مجموعه قرار داده و در دفتر خود بچسبانند. بعد از آنکه دسته‌بندی کردند مربی از آن‌ها خواست تا تعداد اشکال هر دسته را بشمارند و مقابل آن‌ها به تعداد اشکال دایره بکشند. در تمامی مراحل قبل از شروع تمرین بعدی مربی به تک‌تک دانش‌آموزان بازخورد می‌داد و به دانش‌آموزانی که مشکل داشتند سرنخ‌هایی ارائه می‌کرد.

مفاهیم ریاضی	جلسات و زمانبندی	تمرینات سنجیده
	جلسه ششم ۴۵ دقیقه	بعد از مرور مفاهیم جلسه قبل به‌صورت بازی مربی به آموزش موضوع جدید یعنی دسته‌بندی بر اساس اندازه و ماهیت پرداخت. مربی تعدادی الگوی بر روی کاغذ (مثلاً یک دسته پنج تایی نقطه در یک مجموعه) و یک صفحه که روی آن چند درب بطری چسبانده بود و اطراف آن شن ریخته بود به دانش‌آموزان داد و از آنان خواست تا با توجه به تعداد نقطه‌های هر دسته، با انگشت روی صفحه شنی آن دسته‌بندی را انجام دهند. مربی در مرحله بعدی به سراغ تمرین سنجیده رفت و در آخر دانش‌آموزان توانستند در زمان کوتاه با حداقل خطا، دسته‌های مختلفی بسازند، نحوه‌ی عملکرد خود را ارزیابی کردند و حتی مطالبی که آموخته‌اند را به دوستان دیگر آموزش دادند.
مفهوم الگویابی	جلسه هفتم ۴۵ دقیقه	مربی برای آموزش مفهوم الگویابی، سه نمونه الگوی شکلی متفاوت برای همه‌ی دانش‌آموزان کشید و از آنان خواست تا مانند نمونه و به تقلید از الگوی اول همانند آن را بکشند. در تمرین بعدی که به شیوه سنجیده عمل کرد ابتدا هدف کلی را برای دانش‌آموزان مشخص نمود و برای یادگیری تمام دانش‌آموزان آن را به گام‌های کوچک تقسیم کرد در مرحله اول در مدت زمان بیشتری تمرین سنجیده را اینگونه ارائه کرد؛ چند نمونه الگوی ساده شکلی روی تخته کشید مثلاً یک نمونه الگوی دایره قرمز، دایره بنفش، دایره سبز و دوباره دایره قرمز را روی تخته کشید و از دانش‌آموزان خواست تا آن را در دفتر خود بکشند و ادامه الگو را کامل کنند این گام نخست در تمرین سنجیده بود که همه‌ی دانش‌آموزان به آن پاسخ صحیح دادند فقط یک دانش‌آموز یک دایره با رنگ نادرست کشیده بود که مربی از او خواست دوباره از اولین رنگ الگو با صدای بلند برایش تکرار کند تا متوجه اشتباهش در هر مرحله بشود و آن را اصلاح کند مربی هم با او تکرار می‌کرد. همین تمرین در زمان کمتری بدون هیچ خطایی انجام گرفت پس مربی به سمت گام بعدی پیش رفت و این‌بار الگو را کمی پیچیده کرد (نه انقدر سخت که دانش‌آموزان هرچقدر تلاش کنند نتوانند به آن پاسخ درست بدهند و از پاسخ به تمرین دلسرد شوند و نه آنقدر ساده که به‌صورت یک تمرین معمولی و یکنواخت باشد و از پاسخ دادن به آن خسته شوند). در این مرحله به دانش‌آموزان کاربرگ داده شد و دانش‌آموزان باید طبق الگو شکل‌ها را رنگ‌آمیزی می‌کردند این تمرین با شکلهای مختلف چندبار تکرار شد بطوری‌که همه دانش‌آموزان توانستند بدون خطا به آن پاسخ دهند.
	جلسه هشتم ۴۵ دقیقه	هدف اصلی این جلسه یادگیری الگوها بود که مربی آن را به قسمت‌ها و هدف‌های کوچک‌تری تقسیم کرد تا به‌صورت مرحله به مرحله آن را به دانش‌آموزان آموزش دهد. مربی به شیوه آموزش با کمک تمرین سنجیده عمل کرد؛ چند الگو ترکیبی از شکل و اعداد در اختیار دانش‌آموزان قرار داد. به این صورت که در الگوی اول در قسمت اول شکل مربع قرمز کشیده شده بود و زیر آن عدد ۶ نوشته شده بود، قسمت دوم شکل مثلث زرد کشیده شده بود و زیر آن عدد ۲ نوشته شده بود و در قسمت سوم شکل دایره با عدد ۹ و در قسمت چهارم شکل ستاره با عدد ۵ قرار داشت. دانش‌آموزان هم با استفاده ازنخ و مهره‌ها طبق الگوی خواسته شده مهره‌های اشکال را با توجه به تعداد نوشته شده زیر هر شکل پیدا کرده و آن‌ها را نخ کردند. در تمرین پیچیده بعدی از دانش‌آموزان خواسته شد تا خودشان یک الگوی جدید ترکیبی بسازند و با کشیدن شکل الگوها در دفترشان آن را ادامه دهند.

در این پژوهش داده‌های گردآوری شده با استفاده از نرم‌افزار SPSS نسخه ۲۰ تجزیه و تحلیل شد. برای تحلیل داده‌ها از آمار توصیفی شامل فراوانی، میانگین، درصد و از آمار استنباطی شامل آزمون تحلیل کواریانس استفاده شد.

۳. یافته‌ها

یافته‌های حاصل از تحلیل داده‌ها در جدول ۲ نشان می‌دهد میانگین گروه آزمایش و کنترل در مورد متغیرهای پژوهش در مرحله‌ی پیش آزمون یکسان است، اما در مرحله‌ی پیگیری و پس‌آزمون میانگین گروه آزمایش بیشتر از گروه کنترل است.

جدول ۲. میانگین و انحراف استاندارد عملکرد کودکان در یادگیری مفاهیم ریاضی در گروه‌های پژوهش

متغیر	گروه	پیش آزمون میانگین±انحراف معیار	پس آزمون میانگین±انحراف معیار	پیگیری میانگین±انحراف معیار
مفهوم اعداد تک رقمی	آزمایش	۳/۰۲ ± ۳۰/۳۲	۳/۰۳ ± ۳۶/۷۱	۳/۹۶ ± ۳۷/۰۱
	کنترل	۲/۶۴ ± ۳۰/۲۹	۳/۲۱ ± ۳۳/۶۵	۳/۸۴ ± ۳۳/۸۷
مفهوم افزایش	آزمایش	۳/۰۷ ± ۲۱/۰۰	۲/۰۶ ± ۳۶/۱۲	۲/۶۹ ± ۳۶/۹۵
	کنترل	۲/۹۳ ± ۲۱/۱۰	۱/۳۴ ± ۳۰/۸۹	۲/۰۶ ± ۳۰/۷۰
مفهوم کاهش	آزمایش	۳/۰۰ ± ۳۱/۱۴	۳/۰۸ ± ۳۸/۳۳	۳/۱۱ ± ۳۹/۰۲
	کنترل	۳/۰۷ ± ۳۰/۰۴	۳/۳۶ ± ۳۵/۴۲	۳/۶۹ ± ۲۹/۲۷
دسته بندی بر اساس چند ویژگی	آزمایش	۱/۹۳ ± ۳۳/۰۲	۱/۳۴ ± ۳۸/۰۰	۳/۲۱ ± ۳۹/۰۵
	کنترل	۲/۱۳ ± ۳۲/۷۷	۱/۳۴ ± ۳۶/۰۴	۲/۹۶ ± ۳۴/۵۰
الگویابی	آزمایش	۲/۷۶ ± ۳۱/۲۸	۳/۰۹ ± ۳۵/۵۰	۲/۳۷ ± ۳۶/۰۶
	کنترل	۲/۲۳ ± ۳۱/۰۷	۲/۴۲ ± ۳۳/۹۱	۲/۶۶ ± ۳۰/۴۹

برای تعیین معناداری این تفاوت در بین دو گروه با استفاده از آزمون تحلیل کوواریانس، ابتدا از وجود برخی پیش فرض‌ها ازجمله طبیعی بودن توزیع نمرات، همگونی واریانس و همگونی شیب رگرسیون اطمینان حاصل شد و سپس با استفاده از آزمون تحلیل کواریانس داده‌ها تحلیل شد که نتایج آن به شرح ذیل می‌باشد.

جدول ۳. نتیجه آزمون کولموگروف- اسمیرنوف برای داده های پژوهش

مولفه های پژوهش	منبع	انحراف استاندارد	Z	سطح معناداری
یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی	پیش‌آزمون	۳/۰۱	۰/۸۷۶	۰/۱۹۳
	پس‌آزمون	۳/۲۶	۰/۶۹۳	۰/۳۲۴
یادگیری مفهوم کاهش در ریاضی	پیش‌آزمون	۱/۳۰	۰/۵۸۰	۰/۸۸۹
	پس‌آزمون	۲/۳۵	۰/۴۷۴	۰/۹۷۸

مولفه های پژوهش	منبع	انحراف استاندارد	Z	سطح معناداری
یادگیری مفهوم افزایش در ریاضی	پیش‌آزمون	۶/۰۰	۰/۶۴۶	۰/۹۹۸
	پس‌آزمون	۴/۶۴	۰/۶۳۴	۰/۹۲۰
یادگیری مفهوم دسته بندی بر اساس چندویژگی	پیش‌آزمون	۳/۳۳۰	۰/۵۷۳	۰/۸۹۳
	پس‌آزمون	۴/۲۲۵	۰/۵۷۶	۰/۸۱۲
یادگیری مفهوم الگویابی در ریاضی	پیش‌آزمون	۵/۳۳	۰/۵۱۹	۰/۹۳۲
	پس‌آزمون	۴/۶۲	۰/۵۳۹	۰/۹۸۳

جدول ۴. نتیجه آزمون لوین برای بررسی همسانی متغیر وابسته

مولفه های پژوهش	منبع	مقدار	df1	df2	سطح معناداری
یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی	پیش‌آزمون	۰/۰۰۱	۱	۲۸	۱/۲۳۱
	پس‌آزمون	۰/۱۲۳	۱	۲۸	۰/۷۲۸
یادگیری مفهوم کاهش در ریاضی	پیش‌آزمون	۰/۰۰۲	۱	۲۸	۱/۴۷۳
	پس‌آزمون	۰/۴۷۳	۱	۲۸	۰/۶۸۳
یادگیری مفهوم افزایش در ریاضی	پیش‌آزمون	۰/۲۵۴	۱	۲۸	۰/۵۷۸
	پس‌آزمون	۰/۸۸۷	۱	۲۸	۰/۲۶۷
یادگیری مفهوم دسته بندی بر اساس چندویژگی	پیش‌آزمون	۰/۶۹۳	۱	۲۸	۰/۴۸۷
	پس‌آزمون	۱/۰۷۸	۱	۲۸	۰/۵۳۸
یادگیری مفهوم الگویابی در ریاضی	پیش‌آزمون	۰/۱۸۹	۱	۲۸	۰/۶۸۸
	پس‌آزمون	۱/۶۳۰	۱	۲۸	۰/۳۴۶

جدول ۵. کنش متقابل بین متغیر مستقل و پیش آزمون متغیر وابسته

مولفه های پژوهش	منابع اثر	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	Sig
یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی	گروه	۸/۳۲۱	۲	۴/۱۶۰	۰/۵۳۴	۰/۸۶۵
	پیش‌آزمون	۴۲۵/۲۲۱	۱	۴۲۵/۲۲۱	۳۴/۱۱۲	۰/۰۰۱
	گروه پیش‌آزمون	۸/۳۲۱	۲	۴/۱۶۰	۰/۵۳۴	۰/۸۶۵
یادگیری مفهوم کاهش در ریاضی	گروه	۱۲۶۶۸/۰۹۹	۲	۶۳۳۴/۰۵۰	۵۰/۹۰۲	۰/۴۹۹
	پیش‌آزمون	۲۵۷۳/۴۵۷	۱	۲۵۷۳/۴۵۷	۲۰/۶۸۱	۰/۰۰۱
	گروه پیش‌آزمون	۱۲۶۶۸/۰۹۹	۲	۶۳۳۴/۰۵۰	۵۰/۹۰۲	۰/۴۹۹
یادگیری مفهوم افزایش در ریاضی	گروه	۲۶۷۱/۶۶۴	۲	۱۳۳۵/۸۳۲	۵۳/۲۲۰	۰/۴۲۴
	پیش‌آزمون	۱۵۷۸/۳۳۱	۱	۱۵۷۸/۳۳۱	۱۶/۰۰۳	۰/۰۰۲

مولفه های پژوهش	منابع اثر	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	Sig
	گروه پیش‌آزمون	۷۸۵/۰۰۱	۲	۳۹۲/۵۰۰	۳۸/۰۲۱	۰/۴۲۴
یادگیری مفهوم دسته بندی بر اساس چندویژگی	گروه	۲۶۷۱/۶۶۴	۲	۱۳۳۵/۸۳۲	۵۳/۲۲۰	۰/۴۲۴
	پیش‌آزمون	۱۵۷۸/۳۳۱	۱	۱۵۷۸/۳۳۱	۱۶/۰۰۳	۰/۰۰۲
	گروه پیش‌آزمون	۷۸۵/۰۰۱	۲	۳۹۲/۵۰۰	۳۸/۰۲۱	۰/۴۲۴
یادگیری مفهوم الگویابی در ریاضی	گروه	۱۱۲۱/۲۲۱	۲	۱۱۲۱/۲۲۱	۴۱/۱۲۱	۰/۳۳۲
	پیش‌آزمون	۱۴۹۳/۴۵۷	۱	۱۴۹۳/۴۵۷	۱۵/۴۴۲	۰/۰۰۱
	گروه پیش‌آزمون	۹۲۸/۰۱۰	۲	۴۶۴/۰۰۵	۴۱/۱۲۱	۰/۳۳۲

بر اساس نتایج مندرج در جدول ۴ و ۵، توزیع نمرات در دو گروه برای یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی در سطح (۰/۰۵) معنی‌دار نبود. همچنین همسانی واریانس‌های دو گروه در نمرات «یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی» یکسان بدست آمد. نتایج تحلیل یکسان بودن شیب خط رگرسیون نیز نشان داد سطح معنی‌داری اثر متقابل (گروه پیش‌آزمون) بزرگ‌تر از ۰/۰۵ = α می‌باشد. با توجه به برقرار بودن این مفروضه‌ها از تحلیل کوواریانس برای پاسخ به فرضیه اول پژوهش استفاده شد که نتایج آن در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ۶. نتایج تحلیل کوواریانس متغیرهای پژوهش

متغیرها	شاخص آماری	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	Sig	اندازه اثر
یادگیری مفهوم اعداد تک رقمی	پیش‌آزمون	۳۴۲۵/۱۱۲	۱	۳۴۲۵/۱۱۲	۴۳/۸۸	۰/۳۲۴	۰/۰۹۴
	پس‌آزمون	۳۵۶/۸۴۶	۱	۳۵۶/۸۴۶	۷۵/۱۲	۰/۰۰۱	۰/۸۱
	واریانس خطا	۲۳۱/۰۰۳	۲۷	۸/۵۵۵			
یادگیری مفهوم کاهش در ریاضی	پیش‌آزمون	۵۷۹۱/۱۸۲	۱	۵۷۹۱/۱۸۲	۴۷/۳۰	۰/۵۷۲	۰/۰۰۵
	پس‌آزمون	۸۵۸۰/۶۸۸	۱	۸۵۸۰/۶۸۸	۷۰/۰۸	۰/۰۰۱	۰/۸۹
	واریانس خطا	۳۳۰۵/۴۸۵	۲۷	۱۲۲/۴۲۵			
یادگیری مفهوم افزایش در ریاضی	پیش‌آزمون	۷۷۹۲/۱۲۱	۱	۷۷۹/۱۲۱	۱۵/۸۷	۰/۰۷۳	۰/۲۴۱
	پس‌آزمون	۶۸۱/۰۹۸	۱	۶۸/۰۹۸	۷۱/۴۴	۰/۰۰۱	۰/۷۴
	واریانس خطا	۳۰/۱۴۳	۲۷	۱/۱۱۶			
یادگیری مفهوم دسته بندی بر اساس چندویژگی	پیش‌آزمون	۱۲۳۴/۸۶۹	۱	۱۲۳۴/۸۶۹	۳۱/۵۶۹	۰/۰۹۹	۰/۱۰۹
	پس‌آزمون	۱۱۲/۳۶۰	۱	۱۱۲/۳۶۰	۸۴/۱۸۰	۰/۰۰۳	۰/۶۸
	واریانس خطا	۵۷/۸۴۳	۲۷	۲/۱۴۲			
یادگیری مفهوم الگویابی در	پیش‌آزمون	۱۲۸۳/۳۳۱	۱	۱۲۸۳/۳۳۱	۱۵/۳۹	۰/۰۵۷	۰/۰۸۵

متغیرها	شاخص آماری	مجموع مجذورات	درجه آزادی	میانگین مجذورات	F	Sig	اندازه اثر
ریاضی	پس‌آزمون	۳۱۲/۲۱۱	۱	۳۱۲/۲۱۱	۷۶/۲۱	۰/۰۰۱	۰/۶۵
	واریانس خطا	۳۲۹/۳۸۹	۲۷	۱۲/۱۹۹			

یافته‌های حاصل از تحلیل داده‌ها نشان داد تمرین سنجیده بر یادگیری کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال درباره مفهوم اعداد تک رقمی تاثیر دارد (F=75/12, df(1/27), p<0/05) و 0/81 از یادگیری کودکان در زمینه‌ی مفهوم اعداد تک رقمی به واسطه‌ی تمرین سنجیده است. در پاسخ به سوال دوم پژوهش، یافته‌ها نشان داد تمرین سنجیده بر یادگیری کودکان در خصوص مفهوم کاهش اعداد در بحث ریاضی تأثیر دارد (F=70/08, df(1/27), p<0/05) و 0/89 از تغییرات یادگیری کودکان در زمینه‌ی مفهوم کاهش در مرحله پس‌آزمون به واسطه‌ی روش تمرینی دریافت شده است. یافته‌ها در رابطه با سوال سوم پژوهش نیز بیانگر تأثیر تمرین سنجیده بر یادگیری کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال در مورد مفهوم افزایش اعداد است (F=71/44, df(1/27), p<0/05) و 0/74 از یادگیری کودکان در زمینه‌ی افزایش اعداد به واسطه‌ی تمرین سنجیده است. یافته‌های تحلیل داده‌ها مربوط به فرضیه‌ی چهارم پژوهش نیز بیانگر تأثیر تمرین سنجیده بر روی یادگیری کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ از مفهوم دسته‌بندی بر اساس چندویژگی است (F=84/18, df(1/27), p<0/05) و نشان می‌دهد اندازه اثر روش تمرین سنجیده معنادار است. نتایج تحلیل داده‌ها در خصوص فرضیه‌ی پنجم نیز نشاندهنده تاثیر تمرین سنجیده بر روی یادگیری کودکان پیش‌دبستانی ۵ تا ۷ سال در مورد مفهوم الگویابی است (F=76/21, df(1/27), p<0/05) و اندازه اثر روش تمرین سنجیده معنادار است.

۴. بحث و نتیجه‌گیری

یافته‌های این پژوهش نشان داد، تمرین سنجیده تأثیر مثبتی بر عملکرد کودکان در یادگیری مفاهیم ریاضی در بین کودکان ۵ تا ۷ سال دارد. این نتایج به طور مستقیم با پژوهش McMullen و همکاران (۲۰۲۳) همسو و با یافته‌های پژوهش Balan & Sjöwall (۲۰۲۳)؛ Cameron و همکاران (۲۰۱۹)؛ Simanowski & Krajewski (۲۰۱۹)؛ Brinums و همکاران (۲۰۱۷)؛ Lehtinen و همکاران (۲۰۱۷)؛ Clarke و همکاران (۲۰۱۶)، Mononen و همکاران (۲۰۱۴) نیز همراستا است. در این پژوهش‌ها نیز نتایج بیانگر این است که تمرین‌های مناسب با تأکید بر تمرین سنجیده موجب رشد مهارت‌های شناختی می‌شود و درک و فهم مهارت‌های ریاضی را افزایش می‌دهد.

پژوهش‌های دیگر همراستا با این پژوهش مانند شیرانی بیدآبادی و همکاران (۱۳۹۹) نشان داد که تمرین نقش مثبت و مؤثری بر یادگیری مفاهیم ریاضی برای کودکان دارد. Eskreis-Winkler و همکاران (۲۰۱۶) نیز در مطالعه‌ی خود دریافتند تمرین سنجیده با طول بین ۲۵ تا ۵۰ دقیقه بر عملکرد کودکان در دوره ابتدایی تاثیر مثبت دارد و باعث می‌شود کودکان در انجام فعالیت‌های ریاضی رفتار عملی آگاهانه‌تری داشته باشند. در تبیین یافته‌های حاصل از این پژوهش در رابطه با تأثیر تمرین سنجیده بر یادگیری مفاهیم ریاضی دوره پیش دبستان می‌توان گفت یادگیری مفاهیم اولیه‌ی ریاضی برای کودکان مستلزم توانایی کودکان در تمرکز بر روی مفاهیم است. این توانایی را می‌توان از طریق وظایفی که مهارت‌های رویه‌ای و ظرفیت حافظه کاری را کنترل می‌کنند، توسعه داد. از این رو تمرین سنجیده از لحاظ داشتن ویژگی‌هایی مانند استمرار و بازخورد معنادار نقش بسزایی در این زمینه دارد. به ویژه اینکه با بازی گونه کردن این نوع از تمرین، خشک بودن و کسل کننده بودن تمرین سنجیده را می‌توان برای کودکان رفع کرد و آن را جذاب نمود. همین امر خود عاملی بر اثربخشی تمرین سنجیده بر عملکرد کودکان در یادگیری ریاضی می‌تواند محسوب شود. به عبارتی دیگر و منطبق با سخن صاحبنظران در این باره که افزایش عملکرد زمانی افزایش می‌یابد که یادگیرندگان به کار توجه کنند و برای بهبود عملکرد خود تلاش کنند و بازخورد آموزنده فوری از نتایج عملکرد خود را دریافت کنند می‌توان گفت تمرین سنجیده چنین امکانی را فراهم می‌سازد.

بنابراین از آنجا که توالی و پشتکار روی یک مسئله در حل مسائل ریاضی حیاتی است، تمرین سنجیده به مثابه رویکردی موثر می‌تواند به کودکان کمک کند تا مهارت‌های حل مسئله را توسعه دهند و یاد بگیرند که با مفاهیم ریاضی پیچیده‌تر مقابله کنند. همچنین در تمرین سنجیده به دلیل اینکه به تدریج دشواری افزایش می‌یابد، کودک اعتماد به نفس و پشتکار کافی برای یادگیری را پیدا می‌کند. دلیل دیگر اثربخشی تمرین سنجیده بر یادگیری مفاهیم ریاضی را می‌توان در ساختار تمرین سنجیده برای جهت‌دهی ذهن یادگیرنده بر روی موضوع مورد یادگیری و بهبود ظرفیت حافظه‌ی کاری دانست (MeinZ & Hambrick, 2010). نتایج بررسی‌های انجام شده نیز نشان داده که تمرین‌های ساختارمند با استمرار بر انجام آن تاثیر مثبتی بر عملکرد ریاضی دارد (SpitzeR, 2021).

از طریق تمرین سنجیده رشد فکری از جمله توانایی ریاضی کودک افزایش می‌یابد، زیرا تمرین سنجیده صرفاً یک تمرین مکانیکی یا تکراری برای سیال کردن عملکرد نیست، بلکه شامل مقدار زیادی تفکر، حل مساله و تأمل برای تحلیل، مفهوم سازی و پرورش عملکرد در

حال توسعه است (Lehtinen et al, 2017). تمرین سنجیده موجب تحلیل جدی موضوع می‌شود و بیان شده تمرین سنجیده اکثر ویژگی‌های مطالعه خودراهبر را دارد. بعلاوه چون تمرین سنجیده توسط معلم هدایت می‌شود (Ericsson, 2020) این خود دلیل دیگر موثر بودن تمرین سنجیده بر عملکرد کودکان در یادگیری مفاهیم ریاضی می‌تواند باشد.

در نهایت می‌توان گفت بایستی از کودکان برای تبدیل شدن به یادگیرندگان ریاضی با اعتماد به نفس و توانا در سال‌های اولیه حمایت کرد و تمرین‌های سنجیده به دلیل داشتن ویژگی سنجیده بودن، هدفمند بودن و قابل تکرار بودن می‌تواند یکی از راهبردهای آموزشی اثربخش در این زمینه محسوب شود. تمرین سنجیده موجب خودکارسازی مفاهیم ریاضی اولیه مانند اعداد تک رقمی و مفاهیم کاهش و افزایش اعداد در ریاضیات می‌شود و همین امر مانع از کسب مهارت‌های روتین بی اثر ریاضی در کودکان می‌شود (Lehtinen et al, 2017). بنابراین و بر اساس نتایج حاصل از این پژوهش می‌توان گفت با گنجاندن تمرین سنجیده در آموزش دوران کودکی، پایه‌ای قوی در مهارت‌های محاسباتی و ریاضی کودکان ایجاد می‌شود و آنها را برای موفقیت‌های آینده در ریاضیات آماده می‌سازد. لذا به معلمان و مربیان توصیه می‌شود برای اطمینان از کسب مهارت‌های ضروری ریاضیات پایه در دوره‌ی پیش دبستان از تمرین‌های سنجیده استفاده کنند و با تلفیق این نوع از تمرین در برنامه‌ی کودکان در طراحی تکالیف ریاضی، درک و فهم ریاضی برای کودکان را تسهیل نمایند تا با کسب موفقیت در یادگیری مفاهیم اولیه ریاضی، مقدمات ایجاد ذهنیت خوب نسبت به ریاضی نیز برای کودکان فراهم شود. با توجه به اینکه تمرین سنجیده از نظر کیفی با اکثر اشکال دیگر تمرین متفاوت است و معلم در اجرای آن بایستی ارزیابی کند که یک یادگیرنده در طول زمان تا جلسه بعدی چه جنبه‌هایی را نیاز دارد بهبود بخشد و بر اساس آن تکنیک‌های تمرینی را با اثربخشی ثابت ارائه کند و نیز با توجه به اینکه برای کودک در ابتدا سخت است که بتوانند به صورت ذهنی هدفی را برای سطحی از عملکرد که وی در ابتدا قادر به دستیابی به آن نیست، را نشان دهند و این معلم است که باید با برقراری ارتباط خوب و بازخوردهای فوری و مناسب به تلاش معین کودک کمک کند، پیشنهاد می‌شود تا در زمینه‌ی بهره‌گیری از تمرین سنجیده در برنامه آموزشی به کودکان، آموزش‌های لازم به مربیان و معلمان داده شود.

کتاب‌نامه

احمدی، احمد؛ به‌پژوه، احمد و شکوهی‌یکتا، محسن. (۱۳۹۵). اثربخشی برنامهٔ آموزش مهارت‌های پایهٔ ریاضی کودکان با عملکرد پایین ازنظر مهارت‌های حافظهٔ فعال و پیش ریاضی. فصلنامه مطالعات پیش‌دبستان و دبستان، ۵ (۲)، ۱۰۲–۸۵

تقی‌پور، حسینعلی؛ کشاورز لشکناری، روح‌اله و یوسف‌رشیدی، معصومه. (۱۳۹۵). دوره پیش‌دبستانی گام اول پیشرفت تحصیلی. سومین کنفرانس بین‌المللی پژوهش‌های نوین در مدیریت، اقتصاد و علوم انسانی. باتومی گرجستان.

شیرانی بیدآبادی، ناهید؛ نصراصفهانی، احمدرضا؛ میرشاه‌جعفری، سیدابراهیم و عابدی، احمد. (۱۳۹۹). بررسی اثربخشی آموزش عملی ریاضی در دوران پیش‌دبستان بر شایستگی ریاضی و رفتارهای یادگیری کودکان. فصلنامه روانشناسی تربیتی، ۱۶(۵۸)، ۷۱–۹۳.

کیانی، معصومه؛ جاویدی کلانه جعفرآبادی (۱۴۰۱). اشارات تربیتی الگوهای برنامه درسی دوره پیش‌دبستانی (با تأکید بر محورهای عاملیت کودک، ماهیت و راهبردهای یاددهی -یادگیری، و صلاحیت حرفه‌ای مربیان)، فصلنامه تفکر و کودک، ۱۳(۱)، ۲۰۵–۲۳۷.

میرواحدی، لیلا؛ بادامی، رخساره و مشکاتی، زهره. (۱۳۹۵). مقایسهٔ فرآیند اکتساب خبرگی از نظر میزان تمرین در کشتی‌گیران مدال‌آور جهانی و کشوری بر پایهٔ مدل تکامل مشارکت ورزشی. مجلهٔ مطالعات روانشناسی ورزشی، ۵(۱۷)، ۱۲۷–۱۳۷.

واحدی، شهرام؛ جنگی، هانیه (۱۳۹۴). تأثیر آموزش راهبرد درک خواندن ریاضی و راهبردهای فراشناختی بر حل مسئله ریاضی دانش آموزان ابتدایی. *فصلنامه تفکر و کودک*. ۶(۱)، ۱۱۳–۱۳۶.

Balan, A., & Sjöwall, D. (2023). Evaluation of a Deliberate Practice and Growth Mindset Intervention on Mathematics in 7th-grade Students. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 67(4), 549–558. https://doi.org/10.1080/00313831.2022.2042733

Brinums, M., Imuta, K., Suddendorf, T. (2017). Practicing for the Future: Deliberate Practice in Early Childhood. University of Queensland, Society for Research in Child Development, Inc. dio: 10.1111/cdev.12938.

Clarke, B., Doabler, C. T., Smolkowski, K., Baker, S. K., Fien, H., & Strand Cary, M. (2016). Examining the efficacy of a tier 2 kindergarten mathematics intervention. *Journal of Learning Disabilities*, 49, 152165. doi: 10.1177/0022219414538514

Cameron, C. E., Kim, H., Duncan, R. J., Becker, D. R., and McClelland, M. M. (2019). Bidirectional and co-developing associations of cognitive, mathematics, and literacy skills during kindergarten. J. Appl. Dev. Psychol. 62, 135–144. doi: 10.1016/j.appdev.2019.02.004

Dyson, N. I., Jordan, N. C., & Glutting, J. (2011). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 46, 166–181. doi: 10.1177/0022219411410233.

Eccles, D. W., Leone, E. J., & Williams, A. M. (2020). Deliberate Practice: What Is It and How Can I Use It? *Journal of Sport Psychology in Action*, 13(1), 16–26. https://doi.org/10.1080/21520704.2020.1850577.

Edwards, C., Chamunyonga, C., Clarke, J. (2018). The role of deliberate practice in development of essential sonography skills. *Journal of Sonography*, 5(2), pp. 76-81. doi: 10.1002/sono.12146.

Ericsson, K. A. (2016). Summing up hours of any type of practice versus identifying optimal practice activities. *Perspectives on psychological science, 11*, 351–354. doi:10.1177/1745691616635600

Ericsson K. A. (2020). Towards a science of the acquisition of expert performance in sports: Clarifying the differences between deliberate practice and other types of practice. *Journal of Sports Sciences*, 38(2), 159–176. https://doi.org/10.1080/02640414.2019.1688618

Ericsson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review*, 100(3), 363–406. https://doi.org/10.1037/0033-295X.100.3.363

Eskreis-Winkler, L., Shulman, E. P., Young, V., Tsukayama, E., Brunwasser, S. M., & Duckworth, A. L. (2016). Using wise interventions to motivate deliberate practice. *Journal of Personality and Social Psychology*, 111(5), 728–744. https://doi.org/10.1037/pspp0000074

Evtimov, J. i Petrović, J. (2021). Constructivist Approach To Teaching Preschool Children. *Godišnjak za pedagogiju*, 6(2), 83-95. https://doi.org/10.46630/gped.2.2021.6

Lehtinen, E., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J., Gruber, H. (2017). Cultivating mathematical skills: from drill-and-practice to deliberate practice. *Journal on Mathematics Education*, 49(7), doi: 10.1007/s11858-017-0856-6.

McMullen, J., Bui, P., Brezovszky, B., Lehtinen, E., & Hannula-Sormunen, M.M. (2023). Mathematical game performance as an indicator of deliberate practice. Int. J. *Serious Games*, 10, 113-130. doi: 10.17083/ijsg.v10i4.634

Meinz, E. J., and Hambrick, D. Z. (2010). Deliberate practice is necessary but not sufficient to explain individual differences in piano sight-reading skill: the role of working memory capacity. Psychol. Sci. 21, 914–919. doi: 10.1177/ 0956797610373933

McGaghie, W. (2008). Research Opportunities in Simulation-based Medical Education Using Deliberate Practice. the Society for Academic Emergency Medicine, 15(11), pp. 995-1001. Doi: 10.1111/j.1553-2712.2008.00246.x

Mononen, R., Pirjo, A., & Koponen, T (2014). Investigating RightStart Mathematics Kindergarten Instruction in Finland. *Journal of Early Childhood Education Research*, 3(1), 2-26. https://journal.fi/jecer/article/view/114031/67230

Peng, L. X., Ünal, Z. E., Lee, K., Namkung, J., Chow, J., and Sales, A. (2020). Examining the mutual relations between language and mathematics: a meta-analysis. Psychol. Bull. 146, 595–634. doi: 10.1037/bul0000231

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge in mathematics. In R. Cohen Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford handbook of numerical cognition* (pp. 1102–1118). Oxford: Oxford University Press. doi:10.1093/oxfordhb.

Simanowski, S. and Krajewski, K. (2019), Specific Preschool Executive Functions Predict Unique Aspects of Mathematics Development: A 3-Year Longitudinal Study. Child Dev, 90: 544-561, https://doi.org/10.1111/cdev.12909.

Spitzer, M. W. H. (2021). Just do it! study time increases mathematical achievement scores for grade 4-10 students in a large longitudinal cross-country study. *European Journal of Psychology of Education*, https://doi.org/10.1007/ s10212-021-00546-0

Stozharova M. (2024). Theory and methodology of mathematical development of preschool children . Moscow : INFRA-M . https://doi:10.12737/1896112 Retrived from https://naukaru.ru/en/nauka/ textbook/4206/view (Date of access 13.11.2024)

Svane, R.P., Willemsen, M.M., Bleses, D, Krøjgaard, P., Verner, M., Nielsen, HS. (2023). A systematic literature review of math interventions across educational settings from early childhood education to high school. Front. Educ. 8:1229849. doi: 10.3389/feduc.2023.1229849

Williams, A. M., & Hodges, N. J. (2019). Skill acquisition in sport: Research, theory and practice: Routledge.

Woodard, R. (2011). K. Anders Ericsson's Theory of Deliberate Practice for Expert Performance in the Senior Capstone Course. Teaching Theology and Religion, 14(4), pp. 382-383. doi: 10.1111/ j.1467-9647.2011.00741.x.